Probabilità classica

Evento: avvenimento qualsiasi che si verifica nella realtà (esempio: pesco una pallina rossa).
Esperimento: singolo processo fisico in cui si verificano uno o più eventi (esempio: pesco 5 palline). E' in pratica un insieme di eventi.
NOTA: spesso *evento* e *esperimento* sono usati come sinonimi per semplicità

Evento possibile: uno dei tanti eventi che si possono verificare in una esperimento.
Spazio degli eventi: insieme di tutti gli eventi possibili.

Evento favorevole: evento del quale si vuole conoscere la probabilità.
Spazio degli eventi favorevoli: insieme di tutti gli eventi considerati favorevoli.

Probabilità: *Definizione*: indice (numero puro) compreso tra 0 e 1 che indica con quanta certezza si verificherà un evento.
Dominio: $0 \leq P\{A\} \leq 1$
Espressione: $P\{A\} \lim_{N\to\infty} \frac{n_A}{N}$
A: evento favorevole
N: numero di esperimenti
n: numero di esperimenti favorevoli

Rapporto tra eventi

Esperimenti disgiunti: Definizione: esperimenti con nessun evento in comune
Espressione matematica: $P\{A \cap B\} = 0$

Unione: Simbolo: $P\{A \cup B\}$
Significato: probabilità che si verifichi o l'evento A o l'evento B (aut..aut)
Azione: modifica lo spazio degli eventi favorevoli. Sia A che B sono considerati favorevoli
Proprietà:
- A e B disgiunti: $P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\}$
- A e B non disgiunti: $P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\} - P\{A \cap B\}$
- $P\{A \cup B\} = P\{B \cup A\}$

Intersezione: Simbolo: $P\{A \cap B\}$
Significato: probabilità che si verifichino sia l'evento A che l'evento B (et..et).
Azione: modifica lo spazio degli esperimenti favorevoli: solo se si verificano entrambi gli eventi S_i e S_j si ha un esperimento favorevole.
Proprietà:
- $P\{A \cap B\} = P\{B \cap A\}$
- $P\{A \cap B\} = P\{A\} \cdot P\{B|A\}$
- $P\{A \cap B\} = P\{B\} \cdot P\{A|B\}$
- $P\{A \cap B\} = P\{A\} \cdot P\{B\}$ (se A e B sono stat. indip)

Condizionamento: Simbolo: $P\{A|B\}$
Significato: probabilità che si verifichi l'evento A nel caso in cui si verifichi l'evento B.
Azione: modifica l'insieme degli esperimenti possibili, mentre lascia invariato l'insieme degli esperimenti favorevoli. Infatti l'esperimento favorevole è sempre che si verifichi l'evento A. Ma l'insieme degli esperimenti possibili è stato ristretto ai soli esperimenti in cui è presente anche l'evento B.
Proprietà:
- $P\{A|B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{A\}}$
- $P\{B|A\} = \frac{P\{B \cap A\}}{P\{B\}}$

Indipendenza statistica: Definizione: due eventi sono statisticamente indipendenti se il verificarsi di uno non influenza il verificarsi dell'altro.
Formula: $P\{A|B\} = P\{A\}$
$P\{A \cap B\} = P\{A\} \cdot P\{B\}$ (deriva dalle prop dell'intersezione)

Probabilità avanzata

Variabile casuale

Definizione: variabile che rappresenta uno dei possibili esperimenti dei quali si vuole conoscere la probabilità

Simbolo: X

Proprietà: *discreta*: x rappresenta una gamma finita di eventi (esempio: valori ottenuti dal lancio di un dato

continua: x rappresenta una gamma infinita e continua di valori (esempio: la temperatura che può avere l'aria)

Funzione di probabilità

Definizione: funzione che associa a ogni x, cioè a ogni evento, la sua probabilità

Espressione matematica: $P\{x\} = y \rightarrow y = f(x)$

Densità di probabilità

Definizione: funzione ottenuta in questo modo:

a) Si pone sulle ascisse (asse x) la variabile casuale, divisa in intervalli
b) Si pone sull'asse y la probabilità di ciascun intervallo
c) Si effettua il limite: $\Delta x \rightarrow 0$. La curva ottenuta è una densità di probabilità

Significato fisico: la densità di probabilità ha i seguenti valori:

ascisse: intervallo Δx di eventi

ordinate: probabilità di ciascun intervallo.

Per conoscere la probabilità che un valore cada in un intervallo Δx è necessario calcolare il contributo di ciascun valore di x compreso all'interno dell'intervallo, cioè effettuare un integrale

Espressione matematica: $f_A(x) = \frac{dP(A)}{dx}$

$$P\{x_0 \leq A \leq x_1\} = \int_{x_0}^{x_1} f_A(x)dx$$

Funzione di ripartizione / cumulativa

Definizione: funzione che indica la probabilità tra $-\infty$ e x di una variabile casuale

Espressione matematica: $F_A(x) = P\{-\infty \leq A \leq x_0\}$

Distribuzione di probabilità Gaussiana

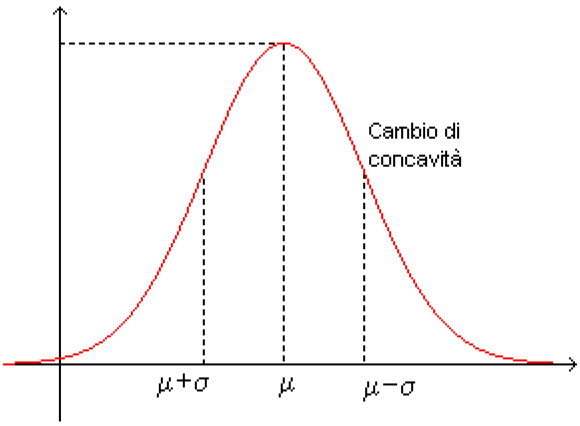
Definizione: distribuzione di probabilità molto diffusa in statistica

espressione matematica: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\sigma)^2}{2\sigma^2}}$

μ = media

σ = varianza

σ^2 = deviaz. standard



Media

Media euristica: *significato*: media di una successione di valori

espressione matematica: $E = \frac{\sum_{k=1}^{N} n_k}{N}$

n_k = kappesimo valore

N = numero totale di valori

<u>Media statistica</u>: *Significato:* media per una funzione di variabile casuale

Simbolo: μ_A

$E\{A\}$

Espressione matematica: $E\{g(A)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(A) \cdot f_A(x) dx$

A = variabile casuale

g(A) = funzione di variabile casuale

$f_A(x)$ = distribuzione di probabilità di A

Momento centrale di ordine N: $E\{(A-\mu_A)^N\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu_A)^N \cdot f_A(x) dx$

Varianza

<u>Definizione:</u> momento centrale di ordine 2

<u>Espressione matematica</u>: $\sigma_A^2 = E\{(A-\mu_A)^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu_A)^2 \cdot f_A(x) dx$

<u>significato:</u> *fisico*: la varianza indica quanto si discosta la distribuzione di probabilità dal suo valor medio.

grafico: $\mu \pm \sigma$ sono i punti in cui cambia la concavità la gaussiana

misuristico: la varianza è un indice della bontà di una misura: più è grande, più la misura è cattiva.

statistico: l'intervallo di valori $[\mu+\sigma, \mu-\sigma]$ ha probabilità del 66%