

L'obiettivo di questa esperienza è quello di misurare la resistenza elettrica della Pt100 tramite ponte di wheatstone, per ricavarne la temperatura, con queste modalità:

-tramite un ponte con rapporto 1 - 1 ( $N = 0,5$ ), misurare la resistenza e stimarne l'incertezza. Determinare inoltre la resistenza termica del sensore Pt100.

-tramite un ponte con rapporto 1 - 100 ( $N = 0,99$ ), misurare uno per uno i resistori impiegati, per ridurre l'incertezza della misura; misurare la resistenza elettrica del Pt100 e stimarne l'incertezza.

-Calcolare le correzioni e verificare le differenze rispetto al termometro di riferimento a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a temperatura ambiente.

#### **Materiale utilizzato:**

-un sensore PT100 con collegamento a 4 morsetti con cavo schermato

-un multimetro da banco di elevata qualità con risoluzione di 6.5 cifre HP34401

-basetta breadboard per montaggi sperimentali

-un alimentatore da laboratorio duale, regolabile in tensione

-resistori a strato metallico con tolleranza: 1%, potenza nominale : 0,25 W, coefficiente di temperatura : 50 ppm/ $^{\circ}\text{C}$

-thermos con ghiaccio

-termometro campione

#### **Procedimento:**

Assembliamo lo schema in figura, e con il multimetro, misuriamo la tensione di equilibrio del ponte.

Riportiamo, qui di seguito, il procedimento per misurare la resistenza termica della Pt100: in primo luogo occorre memorizzare il valore della tensione di alimentazione del ponte (intorno ai 200 mV) ; bisognerà, poi, immergere il sensore Pt100 nel thermos con ghiaccio-acqua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; solo quando la temperatura si sarà stabilizzata, si potrà procedere alla memorizzazione della lettura.

Successivamente si aumenta la tensione di alimentazione fino ad un valore noto (per esempio 1 V), e lo si misura per poi memorizzarlo. Infine si misura la tensione di equilibrio del ponte.

Si ricavano poi le 2 temperature del sensore e si calcolano i 2 valori di potenza da questo dissipata . La resistenza termica cercata sarà data dal rapporto tra il salto termico e la potenza che lo ha provocato.

#### **Risultati:**

Utilizziamo la formula qui sotto riportata per calcolare la tensione di squilibrio del ponte:

$$V_m = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

Sostituiamo  $R_4$  con la formula di Callendar - Van Dusen.

Calcoliamo:

$$M = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ e } N = \frac{R_3}{R_3 + R_0}$$

Quindi:

$$V_m = V_a \left( M - \frac{N}{1 + (1 - N)AT} \right)$$

con  $A \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

Supponiamo  $M = N$ . Possiamo ricavare la temperatura come:

$$\hat{T} = \frac{V_m}{AN(1 - N) \cdot V_a}$$

**Incertezze:**

1) Errore di equilibrio del ponte:  $\Delta T = \frac{1}{A} (\varepsilon_{R_4} + \varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_2} + \varepsilon_{R_3})$

2) Errore di linearità del ponte:  $\Delta T = (1 - N) AT^2$

3) Errore di linearizzazione della Pt100:  $\Delta T = \frac{B}{A} T^2$

4) Incertezza sui parametri:

$$\Delta T = T \left[ \varepsilon_{V_a} + \varepsilon_{V_m} + \varepsilon_a + |1 - 2N| (\varepsilon_{R_4} + \varepsilon_{R_3}) \right]$$

**1) ponte 1:100 (N = 0.99)**

Ponte di wheatstone con  $N = 0.99$ : i resistori sono diversi tra loro: più precisamente in rapporto 1 a 100. Il voltmetro impiegato è caratterizzato da un' impedenza in ingresso molto elevata, tipicamente di 100 MΩ; di conseguenza possiamo permetterci di utilizzare resistenze più grandi.

Questa scelta ha un duplice scopo: limitare la corrente nella Pt100 e, di conseguenza la potenza dissipata e l'autoriscaldamento; di poter alimentare il ponte con tensioni più elevate, in modo da ottenere sensibilità più alte. Si può facilmente osservare che servendosi di un ponte con resistenze elevate, la resistenza dei cavi di collegamento conta poco. Scegliamo i valori di 10 KΩ e di 1 MΩ. Valori molto più elevati potrebbero causare problemi con il rumore.

Per effettuare il collegamento con la Pt100 si adotta la stessa configurazione scelta precedentemente.

Anche per il multimetro valgono le stesse considerazioni.

Costruiamo il ponte di Wheatstone scegliendo  $R_1 = 1 M\Omega$  ed  $R_2 = R_3 = 10 K\Omega$ .

Abbiamo realizzato un collegamento a quattro morsetti, scegliendo una tensione nominale di  $V_{al} = 10V$ .

Procediamo alla misura dei resistori con il multimetro al fine di ridurre l'errore dovuto ai parametri e allo squilibrio del ponte.

Otteniamo:

$$R_1 = 1.005 M\Omega \pm 501.6\Omega$$

$$R_2 = 9.948 K\Omega \pm 1.0948\Omega$$

$$R_3 = 9.962 K\Omega \pm 1.0962\Omega$$

In questo caso l'incertezza è dovuta al multimetro. Ne consegue:

a) Per  $R_1$  con range di 10MΩ si ha:  $\delta R_3 = 0.040\% \cdot lettura \pm 0.001\% \cdot range$

b) Per  $R_2$  e  $R_3$  con range di 10KΩ si ha:  $\delta R = 0.010\% \cdot lettura \pm 0.001\% \cdot range$

Calcoliamo M e N:

$$M = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.9902$$

$$N = \frac{R_3}{R_3 + R_0} = 0.9901$$

Troviamo una tensione di squilibrio pari a:  $V_m = 9.770 mV \pm 4\mu V$

Ponendo  $M = N$ , calcoliamo la temperatura:  $\hat{T} = \frac{V_m}{AN(1 - N) \cdot V_a} = 24.91 \text{ } ^\circ C$

con una temperatura di riferimento  $T = (22.6 \pm 0.1) \text{ } ^\circ C$

Svolgiamo, ora, il calcolo delle incertezze e riassumiamo i risultati nella seguente tabella

	$T = 24.91^{\circ}C$
Incertezza di linearizzazione del Pt100	0.01 °C
Incertezza sui parametri	0.1378 °C
Incertezza di equilibrio del ponte	0.4798 °C
Incertezza di linearità del ponte	0.0246 °C
Incertezza dovuto al Pt100	0.4708 °C

Per cui la misura di temperatura definitiva sarà:  $T = (24.91 \pm 1.123)^{\circ}C$

#### Ponte 1:1 (N = 0.5)

Per eliminare gli effetti della resistenza dei cavi, abbiamo impiegato una configurazione a tre fili , avendo scelto  $R_4 = R_1 = R_2 = R_3$ .

Successivamente abbiamo messo, in serie al nostro alimentare, un potenziometro da  $1K\Omega$  , fino a quando non abbiamo letto, sul nostro multimetro, una tensione  $V_{al}=0,21965 V$  .

La misura è su un range di 1V; di conseguenza, l'incertezza sulla tensione di alimentazione è: 0.004% lettura + 0.0007% range =  $16 \mu V$

A temperatura ambiente la tensione di squilibrio del ponte è:  $V_m=4.956 mV \pm 14 \mu V$  , che equivale a una temperatura di  $22.6^{\circ}C$  .

Riportiamo, qui di seguito, la tabella con i contributi di incertezza:

	$T = 22.6^{\circ}C$
Errore di linearizzazione del Pt100	0.07°C
Incertezza sui parametri	0.7°C
Errore di equilibrio del ponte	10°C
Errore Pt100	0.42°C
Errore di linearità del ponte	1.02°C

Per cui la misura completa:  $T = 22.6^{\circ}C \pm 12.21^{\circ}C$

#### Calcolo della resistenza termica.

Determiniamo ora la resistenza termica  $R_{th}$ . A questo scopo, ci serviamo della relazione:  $T_s = T_e + R_{th} \cdot P_t$

Dove  $T_e$  è la temperatura esterna; mentre  $T_s$  è la temperatura del sensore. Eseguiamo due volte la misura e ricaviamo una differenza di temperatura pari a:  $\Delta T = R_{th} \cdot \Delta P$

$$\text{con } \Delta P = \frac{V_{pt100,2}^2}{R_{pt100,2}} - \frac{V_{pt100,1}^2}{R_{pt100,1}}$$

Ts [°C]	V <sub>a</sub> [V]	V <sub>m</sub> [mV]	V <sub>pt100</sub> [mV]	R <sub>pt100</sub> [Ω ]	P [W]
20.87	0.20503	4.28	98.430	108.3500	$0.89 \cdot 10^{-6}$
21.19	1.063	22.53	509.10	108.4779	0.0024

Da cui:

$$\Delta T = 0.24^{\circ}C$$

$$\Delta P = 0.0023W$$

Allora ricaviamo :  $R_{th} = 0.139^{\circ}C/mW$

Per il calcolo dell'incertezza applichiamo le regole della propagazione dell'incertezza alla formula di  $R_{th}$  :

$$\Delta R_{th} = R_{th} \left( - \frac{\delta P}{\Delta P} + \frac{\delta T}{\Delta T} \right)$$

$$\delta P = \frac{2 \cdot V_{pt100,1}}{R_{pt100,1}} \cdot \delta V_{pt100,1} - \frac{V_{pt100,1}^2}{R_{pt100,1}} \cdot \delta R_{pt100,1} + \frac{2 \cdot V_{pt100,2}}{R_{pt100,2}} \cdot \delta V_{pt100,2} - \frac{V_{pt100,2}^2}{R_{pt100,2}} \cdot \delta R_{pt100,2} = -0.41724 \mu W$$

$$\delta T = \delta T_{s2} - \delta T_{s1} = 0.0136^{\circ}C$$

Le incertezze sulle tensioni sono dovute al multimetro; quindi abbiamo trovato:

$$- \delta V_{pt100,2} = 0.004\% \cdot V_{pt100,2} + 0.0007\% \cdot range \quad \text{con range} = 1 V$$

$$- \delta V_{pt100,1} = 0.005\% \cdot V_{pt100,1} + 0.0035\% \cdot range \quad \text{con range} = 100mV$$

Per quanto riguarda l'incertezza dovuta alla Pt100 si trova:

$$\delta R_{pt100,1} = R_0 \cdot A \cdot \delta \theta = 0.0167 \Omega$$

$$\delta \theta_1 = (1 - N) \cdot A \cdot T_{s1}^2 = 0.0417^{\circ}C$$

Analogamente per l'altra resistenza della PT100 alla temperatura  $T_{s2}$ :

$$\delta R_{pt100,1} = R_0 \cdot A \cdot \delta \theta = 0.0170 \Omega$$

$$\delta \theta_1 = (1 - N) \cdot A \cdot T_{s1}^2 = 0.0424^{\circ}C$$

L'incertezza sulle due temperature si calcola come:

$$\partial T_{si} = T \left[ \varepsilon_{v_{a,i}} + \varepsilon_{V_{m,i}} + \varepsilon_a + |1 - 2N| (\varepsilon_R + \varepsilon_{R_3}) \right]$$

Nel primo caso avremo che l'incertezza sulle tensione è calcolata come:

$$- \delta V_{a,1} = 0.004\% \cdot V_{a,1} + 0.0007\% \cdot range \quad \text{con range} = 1V$$

$$- \delta V_{m,1} = 0.005\% \cdot V_{m,1} + 0.00035\% \cdot range \quad \text{con range} = 100mV$$

$$- \delta V_{a,2} = 0.0035\% \cdot V_{a,2} + 0.0005\% \cdot range \quad \text{con range} = 10V$$

$$- \delta V_{m,2} = 0.005\% \cdot V_{m,2} + 0.00035\% \cdot range \quad \text{con range} = 100mV$$