

Linea con 2 fili + massa - asimmetrici

Dati: $C_1, C_2, C_m - L_1, L_2, L_m$

$$\text{Matrice della linea: } \underline{L} \cdot \underline{C} = \begin{bmatrix} P_1 & Q_1 \\ Q_2 & P_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= -\omega^2 [L_1(C_1 + C_m) - L_m C_m] \\ P_2 &= -\omega^2 [L_2(C_2 + C_m) - L_m C_m] \\ Q_1 &= -\omega^2 [L_m(C_2 + C_m) - L_1 C_m] \\ Q_2 &= -\omega^2 [L_m(C_1 + C_m) - L_2 C_m] \end{aligned}$$

$$\text{Autovalori } \lambda_{1,2} = \frac{1}{2} [(P_1 + P_2) \pm \sqrt{(P_1 - P_2)^2 + 4Q_1 Q_2}]$$

$$\text{Autovettori non normalizzati: } \underline{U}_{V1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{Q_2}{P_2 - \lambda_1} \end{bmatrix} \quad \underline{U}_{V2} = \begin{bmatrix} -\frac{Q_1}{P_1 - \lambda_2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Matrice degli autovettori: } \underline{M}_V = [\underline{U}_{V1} : \underline{U}_{V2}]$$

$$\text{Velocità di fase: } v_f = \sqrt{-\frac{\omega^2}{\lambda}} \quad \text{NB: ne esiste una per ogni autovalore}$$

$$\text{Legame } \underline{M}_V \sim \underline{M}_I : \underline{M}_I = (\underline{M}_V^T)^{-1}$$

$$\text{Autovettori normalizzati: } \underline{u}_V = n_V \cdot \underline{U}_V \quad \text{NB: ne esiste una per ogni autovalore}$$

$$\text{Normalizzazione in equimodulo: } n_V = \frac{\sqrt{\frac{\underline{U}_I^T \cdot \underline{U}_I}{\underline{U}_V^T \cdot \underline{U}_V}}}{\underline{U}_I^T \cdot \underline{U}_I}$$

$$\text{Impedenza modale: } Z_\infty = \frac{1}{jk} \sqrt{\frac{\underline{U}_I^T \cdot (-\omega^2) \underline{L} \cdot \underline{U}_I}{\underline{U}_I^T \cdot \underline{U}_I}} \quad Z_\infty = \frac{1}{jk} \frac{\underline{u}_I^T \cdot j\omega \underline{L} \cdot \underline{u}_V}{\underline{u}_I^T \cdot \underline{u}_V}$$

Linee multifilari (2 fili + massa - simmetriche)

Dati: $C, C_m - L, L_m$

I conti si semplificano:

Linea 1 --> dispari

Linea 2 --> pari

$$\begin{aligned} \lambda_p &= -\omega^2 C(L + L_m) \\ \lambda_d &= -\omega^2 C(L - L_m)(C - 2C_m) \end{aligned} \quad v_{fp} = \frac{\omega}{\sqrt{-\lambda_p}} \quad v_{fd} = \frac{\omega}{\sqrt{-\lambda_d}}$$

$$\underline{M}_I = \underline{M}_V = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad Z_{\infty p} = \sqrt{\frac{L + L_m}{C}} \quad Z_{\infty d} = \sqrt{\frac{L - L_m}{C + 2C_m}}$$

Tensioni - Correnti su linea simmetrica

Dati: $l - f - \beta_p$ e $\beta_d - Z_{\infty p}$ e $Z_{\infty d} - V(0)$ e $I(0)$

Passaggio fisiche --> modali:

$$\underline{V}^m(0) = \underline{M}_V^{-1} \cdot \underline{V}(0) = \underline{M}_I^T \cdot \underline{V}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}^m(0) = \underline{M}_I^{-1} \cdot \underline{I}(0) = \underline{M}_V^T \cdot \underline{I}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Movimento sulle linee: } V_d^+(0) = \frac{V_d(0) + Z_{\infty d} I_d(0)}{2} \quad \text{e} \quad V_d^-(0) = \frac{V_d(0) - Z_{\infty d} I_d(0)}{2}$$

$$\text{Passaggio modali --> fisiche: } \underline{V}(l) = \underline{M}_V \underline{V}^m(l) \quad \text{e} \quad \underline{I}(l) = \underline{M}_I \underline{I}^m(l)$$